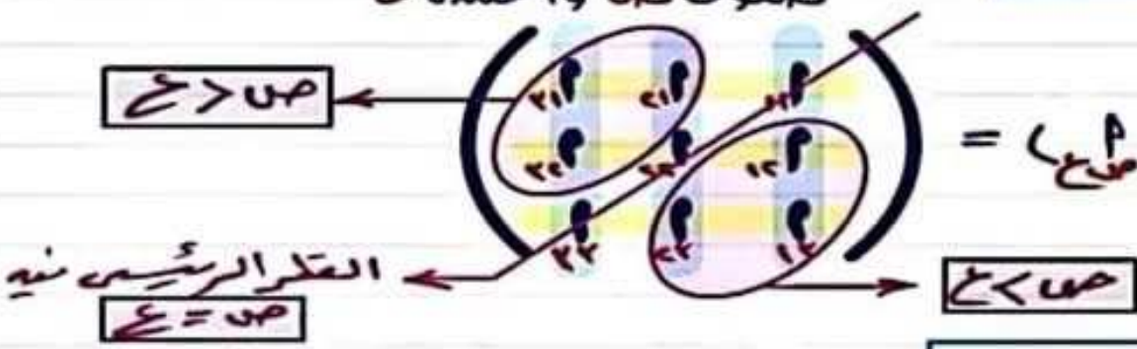
الجبر

المصفوفات

١ المصفوفه

هي عملية تنظيم للبيانات او المعلومات في صورة صفوف ص واعمدة ع



تكتب أ = (أ ص ع)

٢ نظم المصفوفه

ص × ع = عدد عناصر المصفوفه

٣ المصفوفه الصفريه

كل عناصرها أصفار ويرمز لها بالرمز ▭

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

٤ مصفوفة الوحده (الآحاديه)

هي مصفوفه مربعه كل عناصرها أصفار وعناصر قطرها الرئيسي = ١

رمزها I

$$I_{2\times2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I_{3\times3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

٥ المصفوفة القطرية

هي مصفوفه مربعه كل عناصرها أصفار عدا العناصر تقطرها الرئيسي أحدهما على الأقل لا يساوي صفر.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

٦ محور المصفوفه

اذا كانت أ مصفوفه على النظم ٣×٣ فإن $أ^{٣}$ مصفوفه على النظم ٣×٣

لمعرفة المحور نكتب كل صف عمود

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٧ المصفوفه المتماثلة

في مصفوفه مربعه العناصر حول قطرها الرئيسي متساويه

الشرط أ = أ^ت

أو أ − أ^ت = ▭

$\begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٥ & ٢ \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} ٤ & ٧ & ٢ \\ ٥ & ١ & ٧ \\ ٧ & ٥ & ٣ \end{pmatrix}$

أ١٢ = أ٢١ ، أ٢٣ = أ٣٢ ، أ١٣ = أ٣١

٨ المصفوفه الشبه متماثله

في مصفوفه مربعه عناصر متقابلها الرئيسي أضداد والعناصر حول القطر الرئيسي متساويات جمعية

الشرط أ = − أ^ت

أو أ + أ^ت = ▭

$\begin{pmatrix} ٠ & -٧ \\ ٧ & ٠ \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} ٠ & -١ & ٤ \\ ١ & ٠ & -٣ \\ -٤ & ٣ & ٠ \end{pmatrix}$

أ١٢ = − أ٢١ ، أ٢٣ = − أ٣٢ ، أ١٣ = − أ٣١

ضرب مصفوتين

الشرط ← عدد أعمدة الاولي = عدد صفوف الثانية

الناتج ← $أ_{٣×ن} \times ب_{ن×هـ} = ا ب_{٣×هـ}$ (ن رمز نظم الناتج)

طريقة الضرب ← نضرب عناصر الصف الأول في عناصر كل عمود ونجمع ونكتب النواتج كصف أول

ونضرب عناصر الصف الثاني في عناصر كل عمود ونجمع ونكتب النواتج كصف ثاني ..... وهكذا

أكمل

١ $أ_{٢×٢} \times ب_{٢×٢} = ا ب_{٢×٢}$

٢ $أ_{٢×١} \times ب_{١×٢} = ا ب_{٢×١}$

٣ $أ_{٣×٢} \times ب_{٣×٢}$ غير ممكنه

٤ $أ_{٢×٢} \times ب_{٢×٥} = ا ب_{٢×٥}$

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

المحددات

اولآ : محدد الرتبه الثانيه

$$\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ حـ & د \end{vmatrix} = أ \times د - ب \times حـ$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} = ٢ \times ٣ - ٤ \times ١ = ٢$$

ثانيًا : محدد الرتبه الثالثه

$$\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب & حـ \\ د & هـ & و \\ ز & حـ & ط \end{vmatrix} = +أ \begin{vmatrix} هـ & و \\ حـ & ط \end{vmatrix} - ب \begin{vmatrix} د & و \\ ز & ط \end{vmatrix} + حـ \begin{vmatrix} د & هـ \\ ز & حـ \end{vmatrix}$$

ملاحظه يمكنه ايجاد المحدد عند طريق أى عمود (أو صف) عن طريق الاشارات كالآتى

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

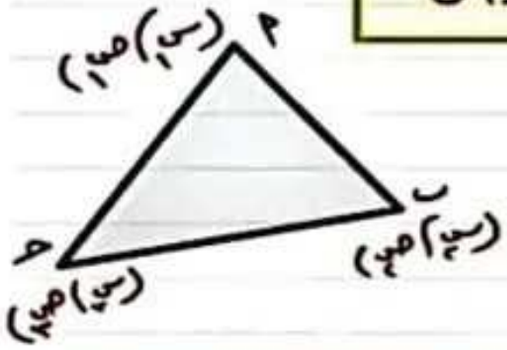
ملاحظة هاااااامه

١ اذا كانت أ مصفوفه مربعه على النظم ٣×٣
فإنه: $|أ| = |أ^{ت}|$

٢ اذا كانت أ مصفوفه مربعه على النظم ٣×٣ وكان $|أ| = ك$
فإنه: $|ن أ| = ن^{٣} \times ك$

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

إيجاد مساحة المثلث بالمحددات



مساحة المثلث م ب حـ

$$= \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} س_1 & ص_1 & 1 \\ س_2 & ص_2 & 1 \\ س_3 & ص_3 & 1 \end{matrix} \right| = \frac{1}{2} |\Delta|$$ وحدة مربعة

ملاحظة إذا كانت قيمة المحدد = صفر ∴ م، ب، حـ تقع على استقامة واحدة.

حل نظام المعادلات الخطية بالمحددات [طريقة كرامر]

لإيجاد مجموعة حل المعادلتين $أ س + ب ص = حـ$، $د س + هـ ص = و$ نتبع الآتي:

$$\Delta = \left| \begin{matrix} أ & ب \\ د & هـ \end{matrix} \right| \quad ، \quad \Delta_س = \left| \begin{matrix} حـ & ب \\ و & هـ \end{matrix} \right| \quad ، \quad \Delta_ص = \left| \begin{matrix} أ & حـ \\ د & و \end{matrix} \right|$$

$$\text{مجموعة الحل} = \left\{ \left(\frac{\Delta_س}{\Delta} ، \frac{\Delta_ص}{\Delta} \right) \right\}$$

حل نظام المعادلات الخطيه باستخدام معكوس المصفوفه

لحل المعادلتين $أ س + ب ص = حـ$ ، $د س + هـ ص = و$ نتبع الآتي:

$$ن = م^{-1} \times ج$$ حيث

$$ن = \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} ، \quad م = \begin{pmatrix} أ & ب \\ د & هـ \end{pmatrix} ، \quad ج = \begin{pmatrix} حـ \\ و \end{pmatrix}$$

ن: المجاهيل، م: المعاملات، ج: الثوابت

∴ مجموعة الحل = {(س، ص)}

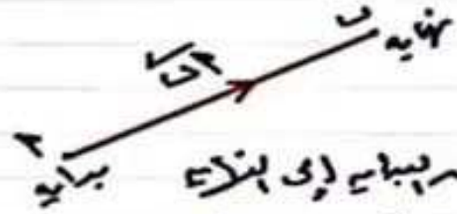
D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

المتجهات

الكميات

① كمية قياسية : تتحدد بمقدار فقط (الطول - الزمن - الزمن)
② كمية متجهة : تتحدد بمقدار واتجاه (السرعة - الإزاحة - القوة)

القطعة المستقيمة الموجهة



تتحدد بثلاث عناصر :
① نقطة بداية ② نقطة نهاية ③ واتجاه من البداية إلى النهاية

ملاحظات

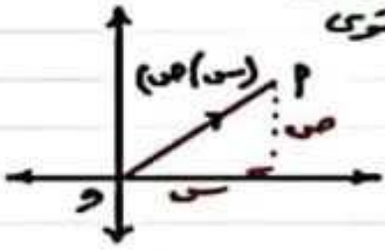
① $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب أ}$ ② $\overrightarrow{أب} \neq \overrightarrow{ب أ}$
③ $\overrightarrow{أب} = -\overrightarrow{ب أ}$
④ $\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{ب أ} = \overrightarrow{أ أ} = \overrightarrow{ك}$
∴ $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{ب أ}$ متكافئان $\overrightarrow{ب أ} = -\overrightarrow{أب}$

التكافؤ

مثال لقطعتين مستقيمتين موجهتين أيهما متكافئتان
إذا كانتا ① لهما نفس الطول ② لهما نفس الاتجاه .

متجه الموضع

هو متجه بدايته نقطة الأصل و
ونهايته أي نقطة في المستوى



$\overrightarrow{وم} = \overrightarrow{م} = (س، ص)$
$\overrightarrow{وم} = \overrightarrow{م} = (٢، ٥)$
$\overrightarrow{وك} = \overrightarrow{ك} = (-٢، ٠)$
$\overrightarrow{وهـ} = \overrightarrow{هـ} = (٤، ٠)$ وهكذا ...

معيار المتجه

يعني طول المتجه
إذا كان $\overrightarrow{م} = (س، ص)$

فيان : $|\overrightarrow{م}| = |\overrightarrow{أب}| = \sqrt{س^٢ + ص^٢}$ وحدة طول

$\overrightarrow{م} = (-٢، ٤)$ يكون طوله $= |\overrightarrow{أب}| = \sqrt{(-٢)^٢ + (٤)^٢} = ٥$ وحدة

متجه الوحدة

هو المتجه الذي مقياسه يساوي واحد صحيح
$(١، ٠)$ ، $(٠، -١)$ ، $(-١، ٠)$ ، $(\frac{٣}{٥}، \frac{٤}{٥})$ ...

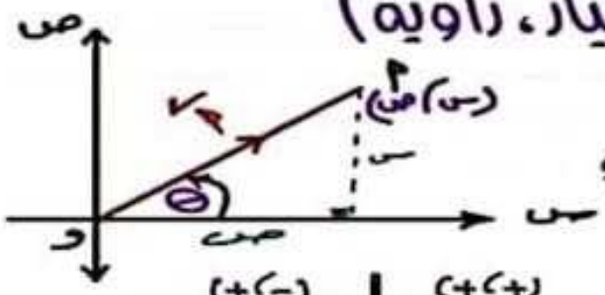
التعبير عن المتجه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

$\overrightarrow{ت} = (١، ٠)$ ، $\overrightarrow{ص} = (٠، ١)$ متجهات وحدة أساسية

يكون $\overrightarrow{م} = (م_١، م_٢) = م_١ \overrightarrow{ت} + م_٢ \overrightarrow{ص}$

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

الصورة القطبية للمتجه (معيار ، زاوية)

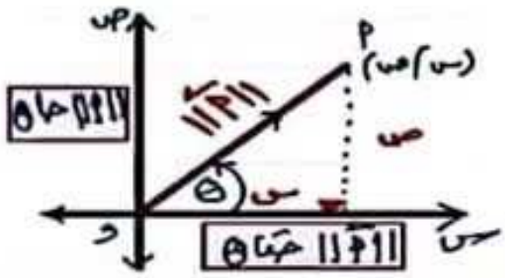


إذا كان $\overrightarrow{أ} = (س ، ص)$ صورة إحداثية
فإن صورته القطبية $\overrightarrow{أ} = (\text{معيار} ، \text{زاوية})$ حيث

بالمقدار $\|\overrightarrow{أ}\|$	الزاوية θ
$\sqrt{س^2 + ص^2}$	$\theta = ظا^{-1}\left(\frac{ص}{س}\right)$ مع مراعاة ربع الزاوية

(+ ، +)	(+ ، −)
$\theta = هـ$	$\theta = 180° - هـ$
(− ، +)	(− ، −)
$\theta = 360° - هـ$	$\theta = 180° + هـ$

الصورة الإحداثية (س ، ص)



إذا كان $\overrightarrow{أ} = (\|\overrightarrow{أ}\| ، \theta)$ صورة قطبية
فإن صورته الإحداثية $(س ، ص) = (\|\overrightarrow{أ}\| \text{ جتا } \theta ، \|\overrightarrow{أ}\| \text{ جا } \theta)$

جمع المتجهات جبرياً

إذا كان $\overrightarrow{أ} = (س_1 ، ص_1)$ ، $\overrightarrow{ب} = (س_2 ، ص_2)$
فإن: $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} = (س_1 ، ص_1) + (س_2 ، ص_2)$
$= (س_1 + س_2 ، ص_1 + ص_2)$

ضرب عدد حقيقي ك × متجه $\overrightarrow{أ} = (س_1 ، ص_1)$
$ك\overrightarrow{أ} = (ك س_1 ، ك ص_1)$

$\overrightarrow{أ} = (5 ، -2)$ يكون $2\overrightarrow{أ} = 2(5 ، -2) = (10 ، -4)$ ، $-3\overrightarrow{أ} = (-15 ، 6)$

شرط توازي وتعامد متجهين

إذا كان $\overrightarrow{أ} = (س_1 ، ص_1)$ ، $\overrightarrow{ب} = (س_2 ، ص_2)$

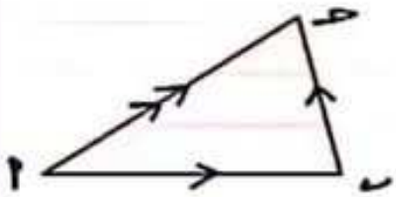
١) $\overrightarrow{أ} \parallel \overrightarrow{ب}$ إذا كان $م_1 = م_2$ أي $\frac{ص_1}{س_1} = \frac{ص_2}{س_2}$
أو $\overrightarrow{أ} = ك\overrightarrow{ب}$
$س_1 ص_2 - س_2 ص_1 = صفر$

٢) $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ إذا كان $م_1 \times م_2 = -1$ أي $\frac{ص_1}{س_1} \times \frac{ص_2}{س_2} = -1$
$س_1 س_2 + ص_1 ص_2 = 0$

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

جمع المتجهات هندسيًا

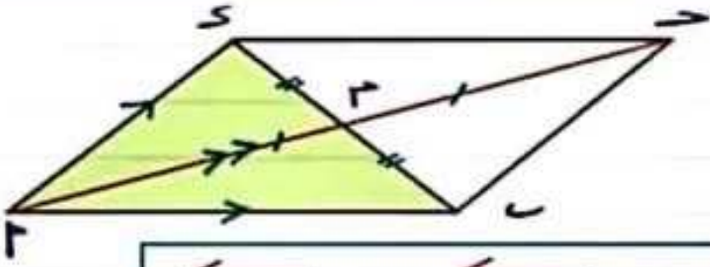
١ قاعدة شال



$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{ب حـ} = \overrightarrow{أ حـ}$

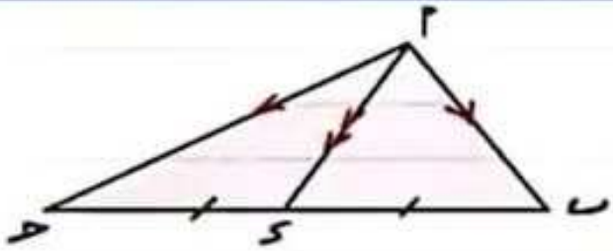
(ب مشتركة، المسار: أ ← ب ← حـ)

٢ قاعدة متوازي الأضلاع



$\overrightarrow{أ ب} + \overrightarrow{أ د} = \overrightarrow{أ حـ} = \overrightarrow{ب حـ} = \overrightarrow{د حـ}$

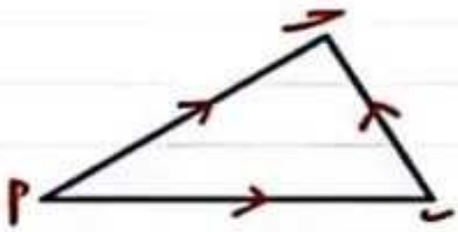
٣ قاعدة متوسط المثلث



∵ أ د متوسط في Δ أ ب حـ

$\overrightarrow{أ ب} + \overrightarrow{أ حـ} = ٢\overrightarrow{أ د}$

طرح المتجهات هندسيًا



من قاعدة الجمع

$\overrightarrow{أ ب} + \overrightarrow{ب حـ} = \overrightarrow{أ حـ}$

$\overrightarrow{أ ب} - \overrightarrow{أ حـ} = -\overrightarrow{ب حـ}$

∴ $\overrightarrow{أ ب} - \overrightarrow{أ حـ} = \overrightarrow{حـ ب}$

$\overrightarrow{س ص} - \overrightarrow{س ع} =$ .....

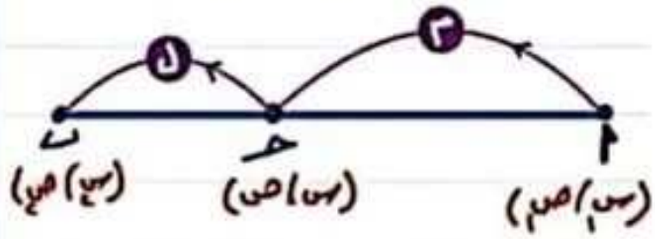
$\overrightarrow{ك م} - \overrightarrow{ك ن} =$ .....

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

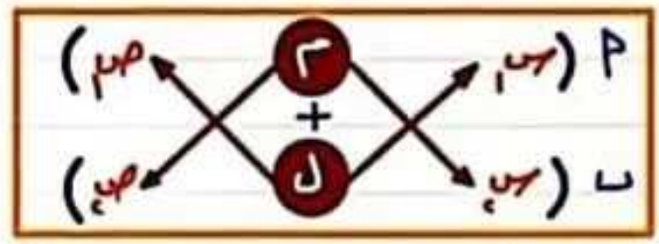
تقسيم قطعة مستقيمة

من الداخل

حـ ∈ $\overline{أب}$



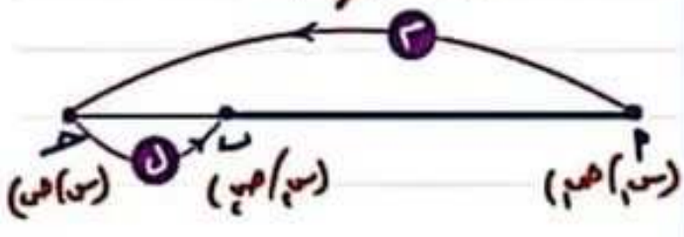
أ النقطة الأولي، ب النقطة الثانية
حـ نقطة التقسيم، $\frac{م}{ل}$ نسبة التقسيم



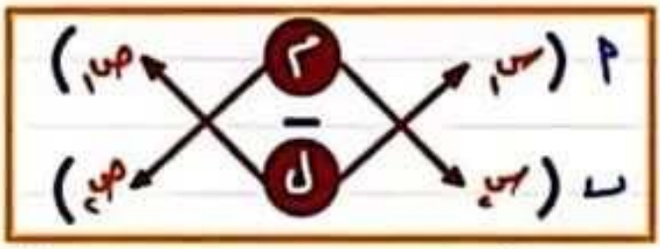
$$حـ = \left(\frac{م س_2 + ل س_1}{م + ل} ، \frac{م ص_2 + ل ص_1}{م + ل} \right)$$

من الخارج

حـ ∉ $\overline{أب}$



أ النقطة الأولي، ب النقطة الثانية
حـ نقطة التقسيم، $\frac{م}{ل}$ نسبة التقسيم



$$حـ = \left(\frac{م س_2 - ل س_1}{م - ل} ، \frac{م ص_2 - ل ص_1}{م - ل} \right)$$

ملاحظات

١ إحداثي حـ منتصف $\overline{أب}$: $حـ = \frac{أ + ب}{٢}$ ، $أ = ٢حـ - ب$ ، $ب = ٢حـ - أ$

٢ إحداثي م نقطة تلاقي متوسطات Δ أ ب حـ : $م = \frac{أ + ب + حـ}{٣}$

٣ إحداثي الرأس د في متوازي الأضلاع أ ب حـ د : $د = أ + حـ - ب$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم

① $\overrightarrow{ر} = (س_1 ، ص_1)$ نقطة عليه
② $\overrightarrow{ك} = (أ ، ب)$ متجه إتجاهه

① المعادلة المتجهة

$$\overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ر_1} + ك \overrightarrow{ك}$$
$$(س ، ص) = (س_1 ، ص_1) + ك (أ ، ب)$$

② المعادلتان البارمتريتان

$$س = س_1 + ك أ \quad ، \quad ص = ص_1 + ك ب$$

③ المعادلة الكارتيزية

$$\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{ب}{أ} = م$$

ملاحظات

① اذا كان المستقيم يمر بالنقطتين أ ، ب فإن $\overrightarrow{ك} = \overrightarrow{أب} = ب - أ$
② اذا كان $\overrightarrow{ك} = (ل ، م)$ فإن متجه العمودي على المستقيم
يكون $\overrightarrow{ك} = (م ، -ل)$ متجه اتجاه المستقيم
③ اذا كان $م = ظا\theta = \frac{ب}{أ}$ فإن $\overrightarrow{ك} = (أ ، ب)$ متجه الاتجاه .
④ معادلة محور السينات $ص = 0$
⑤ معادلة محور الصادات $س = 0$
⑥ معادلة المستقيم الموازي لمحور السينات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هي $ص = ب$
⑦ معادلة المستقيم الموازي لمحور الصادات ويمر بالنقطة (أ ، ب) هي $س = أ$
⑧ معادلة المستقيم الذي ميله م ويمر بنقطة الأصل وهي $ص = م س$
⑨ معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري السينات والصادات
أجزاء طولها أ ، ب على الترتيب هي $\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = 1$

قانون الزاوية بين مستقيمين

$$ظا\theta = \left| \frac{م_2 - م_1}{1 + م_1 م_2} \right|$$

قانون طول العمود النازل

$$\text{طول العمود} = \frac{|أ س_1 + ب ص_1 + حـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$$
وحدة

$(س_1 ، ص_1)$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

المتطابقات المثلثية

١ متطابقة الدوال المثلثية ومقلوبتها

$\text{حا}\theta = \frac{1}{\text{قتا}\theta}$	$\text{جتا}\theta = \frac{1}{\text{قا}\theta}$	$\text{ظتا}\theta = \frac{1}{\text{ظا}\theta}$
$\text{حا}\theta \times \text{قتا}\theta = 1$	$\text{جتا}\theta \times \text{قا}\theta = 1$	$\text{ظتا}\theta \times \text{ظا}\theta = 1$

٢ متطابقة الدوال المثلثية للزاويتين المتتامتين

$\text{حا}(\frac{\pi}{2} - \theta) = \text{جتا}\theta$ ، $\text{جتا}(\frac{\pi}{2} - \theta) = \text{حا}\theta$	
$\text{ظا}(\frac{\pi}{2} - \theta) = \text{ظتا}\theta$ ، $\text{ظتا}(\frac{\pi}{2} - \theta) = \text{ظا}\theta$	
$\text{قا}(\frac{\pi}{2} - \theta) = \text{قتا}\theta$ ، $\text{قتا}(\frac{\pi}{2} - \theta) = \text{قا}\theta$	

٣ متطابقة الدوال المثلثية للزاويتين θ ، $-\theta$

$\text{حا}(-\theta) = -\text{حا}\theta$	$\text{جتا}(-\theta) = \text{جتا}\theta$	$\text{ظا}(-\theta) = -\text{ظا}\theta$
$\text{قتا}(-\theta) = -\text{قتا}\theta$	$\text{قا}(-\theta) = \text{قا}\theta$	$\text{ظتا}(-\theta) = -\text{ظتا}\theta$

٤ متطابقة الدالتين ظاθ ، ظتاθ

$$\text{ظا}\theta = \frac{\text{حا}\theta}{\text{جتا}\theta} \text{ ، } \text{ظتا}\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{حا}\theta}$$

٥ متطابقة مربعات الدوال المثلثية وزعيمهم $\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\text{حا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1 \leftarrow \text{حا}^2\theta = 1 - \text{جتا}^2\theta$ ،	$\text{جتا}^2\theta = 1 - \text{حا}^2\theta$
$\text{ظا}^2\theta + 1 = \text{قا}^2\theta \leftarrow \text{ظا}^2\theta = \text{قا}^2\theta - 1$ ،	$\text{قا}^2\theta - \text{ظا}^2\theta = 1$
$\text{ظتا}^2\theta + 1 = \text{قتا}^2\theta \leftarrow \text{ظتا}^2\theta = \text{قتا}^2\theta - 1$ ،	$\text{قتا}^2\theta - \text{ظتا}^2\theta = 1$

الحل العام للمعادلة المثلثية

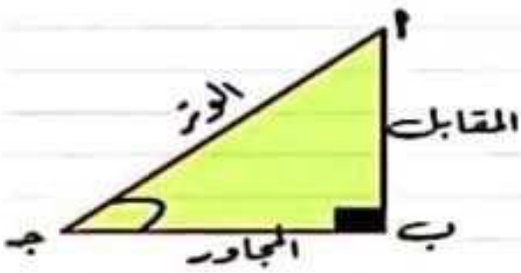
المعادلة	الحل العام
$\text{حا}\theta = \text{ك}$	$n\pi + (-1)^n \theta$ ، $2n\pi + \frac{\pi}{2}$
$\text{جتا}\theta = \text{ك}$	$2n\pi \pm \theta$ بشرط
$\text{ظا}\theta = \text{ك}$	$n\pi + \theta$ بشرط

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

حل المثلث القائم الزاوية
زوايا الارتفاع والانخفاض

يقصد بحل المثلث : إيجاد العناصر المجهولة .

تذكر ان



١ $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = حا جـ

٢ $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = حتا جـ

٣ $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = ظا جـ

الحالة الأولي عند معلومية طول ضلع وقياس زاوية

نستخدم

$\frac{\text{المجهول}}{\text{المعلوم}}$ = نسبة مثلثية لزاوية معلومة

الحالة الثانية عند معلومية طولا ضلعين فيه

نستخدم

$\frac{\text{المعلوم}}{\text{المعلوم}}$ = نسبة مثلثية لزاوية مجهولة

زوايا الارتفاع والانخفاض

تعريف : زاوية الارتفاع والانخفاض هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الافقي وشعاع الرصد عند نقطة الرصد

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

قوانين المساحات

$$\frac{\theta^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\theta}{\pi}$$

١ القطاع الدائري

مساحته = $\frac{1}{2}$ ل × نق

= $\frac{1}{2}$ θ° × نق^{2}

محيطه = ٢ نق + ل

٢ القطعة الدائرية

مساحتها = $\frac{1}{2}$ نق^{2} (θ° − ٣٠)

محيطها = طول قوس + طول وترها

٣ مساحة المثلث

$= \frac{1}{2}$ × حاصل ضرب أي ضلعين × جا الزاوية بينهم

٤ مساحة الشكل الرباعي

$= \frac{1}{2}$ × ضرب القطرين × جا الزاوية بينهم

٥ مساحة الشكل المنتظم

$$= \frac{\text{ن} \times \text{س}^{2}}{4 \text{ ظا} \left(\frac{180^{\circ}}{\text{ن}}\right)}$$

س طول ضلعه

ن عدد أضلاعه

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizK